

WWWによる一対比較行列の重要度計算システム

小 畑 経 史, 白 石 俊 輔

A System on WWW for Estimating Priorities of Pairwise
Comparison Matrices

Tsuneshi OBATA and Shunsuke SHIRAISHI

大分大学工学部研究報告 第35号

平成9年2月28日 発行

WWWによる一対比較行列の重要度計算システム

小畑 経史*, 白石 俊輔**

A System on WWW for Estimating Priorities of Pairwise Comparison Matrices

Tsuneshi OBATA and Shunsuke SHIRAISHI

When one perform the AHP, estimating priorities and consistency index of a pairwise comparison matrix is a critical issue. The estimating procedure requires calculations of an eigensystem of the matrix. This is a hard task for many decision makers who have few knowledge of mathematics and/or computers. To support the decision makers, we construct a system on WWW doing the task. The system features a good user interface which inherits from WWW.

Key words: AHP, pairwise comparison matrix, WWW, CGI.

1 はじめに

AHP (Analytic Hierarchy Process, 階層化意思決定法) は従来の意思決定法にくらべると感覚的であり, しかも数理的意味決定法のなかでも最も取り扱いやすい手法のひとつである. こうした特長を備えたその大きな理由が一対比較行列にある. 一対比較行列の採用によって, AHP では意思決定者の主観的な評価やあいまいな判断等を取り入れることが可能となった. AHP においては一対比較を日常言語で行うので, 意思決定者に (少なくともその実施段階で) 数理的な知識を要求することがない. この点は他の数理的意味決定法がその実施段階でも尚少なからぬ数学の知識を要求せざるを得ないのに比べると, AHP の使いやすさを際立たせるところである. 一方で AHP の数理的な性格を支えているのが一対比較行列から比較項目の重要度を算出する方法である. この通常固有値法と呼ばれる方法は, 数学的には一対比較行列の最大固有値とそれに付随する固有ベクトルの計算になる. この固有ベクトルを重要度とし

て用いる. 他方固有値からも, 意思決定者の判断の一貫性を表す整合度 (普通 C.I. と書く) が副産物として得られるのも AHP の大きな特長の一つである. 固有値法は数学的に洗練された技法といえるが, その反面実際に AHP を用いる際には, この固有値法を円滑に適用できるだけのコンピュータシステムが必要になる. その任には「ねまわしくん」「エキスパートチョイス」等の専用アプリケーションソフトウェアや, Basic 等のプログラム言語あるいは表計算ソフトウェアのマクロ言語などを当てることが殆どであろう ([5, 8, 11, 14] 等を参照せよ). こうしたコンピュータシステムさえ用意されていれば, 前述のようにどのような意思決定者であろうとも数学的な裏うちなしに AHP を十二分に活用できうる. 逆にそのような環境が整えられていない場合にはまずこの環境整備から始めねばならずその負担は少なくない. 実際, コンピュータが広く使われるようになった今日でも, AHP のためだけにこの作業をするのは多くの意思決定者にとって繁雑でしかない. 実行不可能でさえある場合も多い.

ところで近年におけるコンピュータ界での大きなうねりに, インターネットの普及があげられる. とくに WWW (world wide web) システムは, ホーム

平成9年1月16日受理

* 大分大学工学部知能情報システム工学科

** 富山大学経済学部経営学科

ページ形式の GUI を用いた操作性の良さやマルチメディア性などが注目されたことにより、大変なブームとなっている。さらに醍醐 [2, 3] で指摘されたように、WWW システムのいまひとつの特質として双方向性や即時性がある。とくにこの双方向性を生かすのが、CGI (common gateway interface) といった技術である。CGI を使うことによって、利用者からの入力をサーバマシンに取り込み、計算機上で必要なデータ加工を行った後、利用者加工データを返すということが可能になる。今回われわれが構築したのは、CGI を利用した一対比較ホームページである。利用者は、WWW の優れたインターフェイス能力を用いて、一対比較のみに専念できる。したがって WWW ブラウザが使えるコンピュータさえ用意すれば、ただちに非常に強力な意思決定手法である AHP が使える。このシステムでは、われわれのサーバにインターネットを介してアクセスすることになるので、そのための時間をくわれてやや反応が遅くなるのが欠点である。しかし例えばイントラネットが構築されているような事業体であれば、サーバマシンに CGI プログラムを載せておくだけで、高速で手軽な意思決定エンジンが得られることになる。

本稿では始めに、固有値法による一対比較行列の重要度の算出法について説明する。つぎに CGI を用いた一対比較ホームページについて、その構築法と利用法について解説する。最後に今後の課題等を含めてまとめる。

2 固有値法による重要度計算

前節で述べたように、AHP においては一対比較行列から比較項目間の重要度を算出することが大事な仕事になる。比較しようとしている n 個の項目を $F_i, i = 1, \dots, n$ とする。各項目の (相対) 重要度 $w = (w_1, \dots, w_n)$ を求めるために用いられるのが一対比較行列 $A = (a_{ij})$ である。一対比較行列の各成分の値は次のような意味をもつ。

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & F_i \text{ と } F_j \text{ は同じくらい重要} \\ 3, & F_i \text{ のほうが } F_j \text{ よりやや重要} \\ 5, & F_i \text{ のほうが } F_j \text{ より重要} \\ 7, & F_i \text{ のほうが } F_j \text{ よりかなり重要} \\ 9, & F_i \text{ のほうが } F_j \text{ より絶対的に重要} \end{cases}$$

また F_i と F_j の関係がこの逆の場合には上の数値の逆数を用いることになる。判断に迷うようなときはこの中間の値 2, 4, 6, 8 を適宜用いてもよい。

註 1 われわれのシステムでは利用者の便宜を計るため、

$$a_{ij} = \begin{cases} 9, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べて絶対的に重要} \\ 7, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べてかなり重要} \\ 5, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べて重要} \\ 3, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べてやや重要} \\ 1, & F_i \text{ と } F_j \text{ は同じくらい重要} \\ 1/3, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べてそれほど重要でない} \\ 1/5, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べて重要でない} \\ 1/7, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べてかなり重要でない} \\ 1/9, & F_i \text{ は } F_j \text{ と比べてまったく重要でない} \end{cases}$$

と言い表して各々のケースをポップアップメニューによって選択できるようにした。この工夫で完全に日常言語だけによる一対比較が可能になる。

結果として一対比較行列 $A = (a_{ij})$ は positive かつ reciprocal な n 次の正方行列になる。すなわち $a_{ij} > 0$ かつ $a_{ij} = 1/a_{ji}$ をみたす。

固有値法では重要度として、 A の最大固有値 $\lambda_{\max}$ に付随する固有ベクトル $w = (w_1, \dots, w_n)$ を正規化したものを用いる。すなわち w は

$$\begin{aligned} Aw &= \lambda_{\max} w, \\ \sum_{i=1}^n w_i &= 1. \end{aligned}$$

をみたす。ペロン-フロベニウスの定理により $w \geq 0$ であることも分かる。さらに一対比較行列の最大固有値は $\lambda_{\max} \geq n$ をみたすことが知られている。そこで

$$\text{C.I.} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

とおくと $\text{C.I.} \geq 0$ となる。AHP においてはこの値を意思決定者の判断の一貫性を計る指標として用いる。C.I. のことを整合度 (consistency index) と呼び、C.I. の値が小さいほど判断には一貫性があるとみなされる。こうして得られる $w = (w_1, \dots, w_n)$ を各比較項目の相対重要度として用いること、および C.I. を一貫性を計る指標として用いることの妥当性については文献 [4, 9, 14] に譲る。

$\lambda_{\max}$ と $w = (w_1, \dots, w_n)$ の計算には、本来ならば固有方程式を解く方法を用いなければならないのだが、あきらかにこれは実用的ではない。そこで近似算法として次のべき乗法がよく使われる [6, 7, 14]。[べき乗法]

- 1° $w^0 = (w_1^0, \dots, w_n^0) \geq 0$ s.t. $\sum_{i=1}^n w_i^0 = 1$ を選び $k=1$ とする.
- 2° $u^k = Aw^{k-1}$ を計算. $\lambda^k = \sum_{i=1}^n u_i^k$, $w^k = u^k / \lambda^k$ とおく.
- 3° $|\lambda^k - \lambda^{k-1}| \leq \epsilon |\lambda^{k-1}|$ かつ $|u_i^k - u_i^{k-1}| \leq \epsilon |u_i^{k-1}|$, $i=1, \dots, n$ ならば終了. $\lambda_{\max} = \lambda^k$, $w = w^k$ とする. そうでないとき $k=k+1$ として 2° を繰り返す.

註 2 われわれは $\epsilon = 10^{-3}$ とし, 初期ベクトル w^0 として一対比較行列の各行の幾何平均 $\sqrt[n]{a_{i1} \cdots a_{in}}$, $i=1, \dots, n$ を並べてできるベクトルを正規化したものを使った.

以上が固有値法とその算出法のあらましである. 次節では一対比較値の入力と固有値法による重要度計算を行なう CGI を用いた WWW システムについて述べる.

3 CGI を利用した WWW システム

WWW サーバは WWW ブラウザからの要求に対して, 基本的にはあらかじめ用意されたデータを返すことしかできない. しかし, 外部のプログラムに処理を任せることで, データベース検索のように, ブラウザからの入力 (キーワード) に対して, 動的に返答 (検索結果) を返すことが可能となる [16]. このように, WWW サーバが外部のプログラムとやり取りするための仕組みが CGI であり, WWW サーバと連携して何らかの処理を行なうプログラムを CGI プログラムと呼ぶ.

今回われわれが構築した重要度計算システム, ひいては将来的に目指している AHP 統合システムにおいては, ユーザからの入力が非常に多岐に渡ることが予想され, それらのすべてに対してあらかじめ返答を用意することは現実的に不可能である. したがって CGI の利用が不可欠となる.

システムを構築するプラットフォームとして, Macintosh を選択した. その理由は著者達が日常的に使用しており, WWW サーバとしての設定, CGI プログラムのプログラミングなどの (非本質的な) 面に要する労力が, 他のプラットフォームと比べて少なく済むと判断されたからである. ハードウェアは Power Macintosh 8500/120, WWW サーバソフト

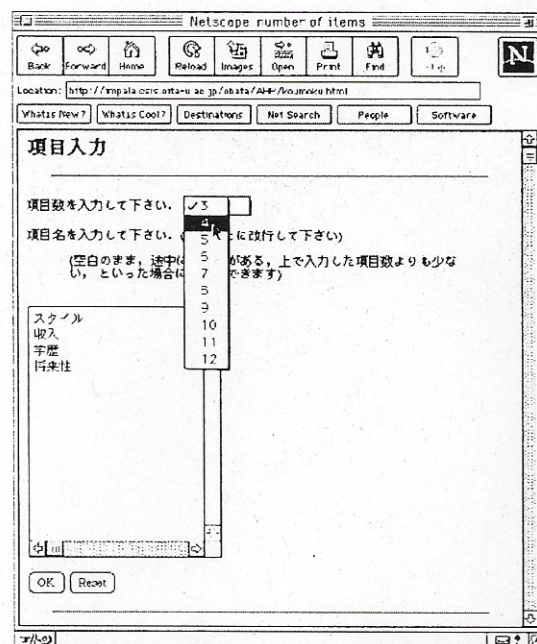


図 1: 項目数, 項目名の入力

ウェアは MacHTTP2.2, CGI プログラムの作成には AppleScript を使用した. MacHTTP の設定や CGI で送られてきたデータの AppleScript での取り扱いについては, [1, 12, 13, 15]などを参照した.

重要度計算システムにおいて, ユーザからの入力として考えられるのは比較する項目の個数, 各項目名, すべての組み合わせにおける重要度の一対比較値である. 本システムは, 項目数と項目名の入力ページ (koumoku.html), 入力された項目数, 項目名を受け取って, 一対比較値の入力のためのページを生成する CGI プログラム (koumoku.to.page.acgi), 入力された一対比較値を受け取って, 重要度ウェイトなどを計算し, 計算結果を返す CGI プログラム (weight.culc.acgi) からなる.

入力の出発点であるページ koumoku.html は項目数を選択するポップアップメニュー, 項目名を入力するテキストエリアからなる (図 1). 項目数の入力にポップアップメニューを使用したのは, 不適切な値 (負の数や小数など) の入力や 2 バイト文字 (いわゆる全角文字) での入力を避けるためである.

こうして入力されたデータは koumoku.to.page.acgi に送られる. CGI ではデータはすべてまとめられ一連のテキストデータとして CGI プログラムに渡される. そのためこのプログラムは, 送られてきた一連のデータを切り分け, 後のページ作成に必要な

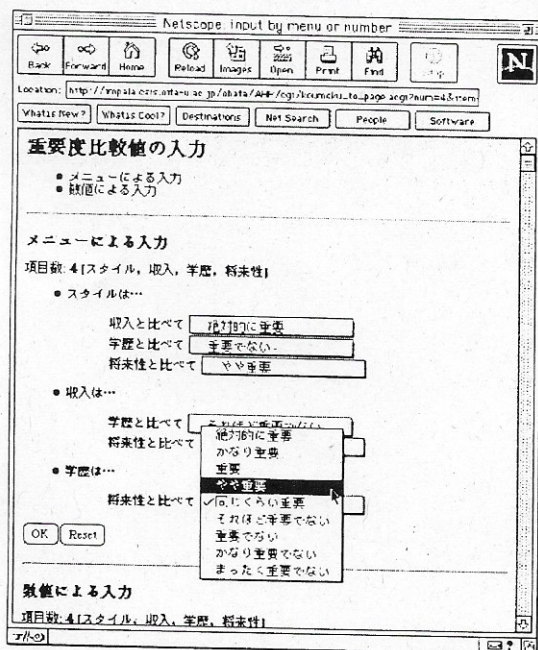


図 2: ポップアップメニューによる入力

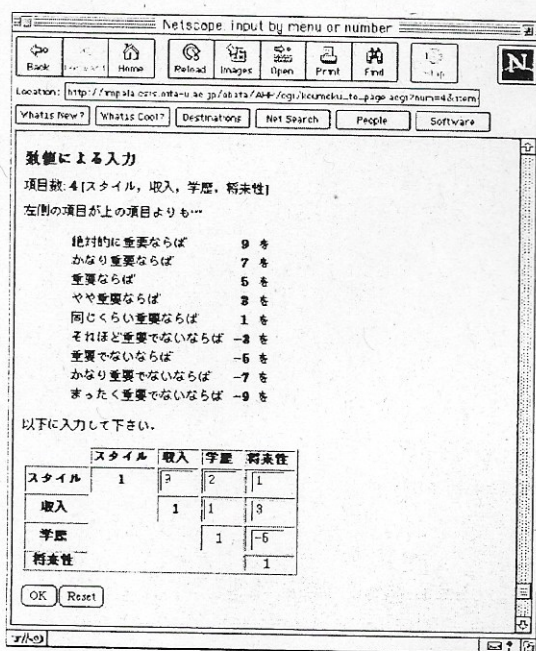


図 3: 行列形式での比較値の入力

なものだけを抜き出す部分と、そうして抜き出されたデータを使って、一対比較値入力のためのページを生成する部分とからなる。一対比較値入力はポップアップメニューでの入力と、行列形式での数値入力の二本立てとした。

メニューによる入力 (図 2) は 2 節で述べた日常言語での一対比較を可能にするものである。これにより AHP の理論に詳しくないユーザーでも、順番にメニューを選んでいだけで一対比較行列を (知らず識らずのうちに) 作成することができる。

また一方で AHP の理論を熟知したユーザーにとっては、上のようなメニュー入力は繁雑で面倒なだけであろうから、一対比較行列に直接比較値を入力できるようにもした (図 3)。この入力形式の利点は、比較値として 1, 3, 5, 7, 9 以外の数値を入力することができる点にもある。

これらのどちらの形式で入力されたデータも、weight_culc.acgi に送られて処理される。このプログラムは受け取ったデータを切り分け、抽出する部分、一対比較行列の固有値などを計算する部分、そして計算結果を表示する部分からなる。固有値、固有ベクトルの計算には 2 節で述べたべき乗法のアルゴリズムを使用している。計算後、項目数、一対比較行列、固有値、重要度ウェイト (固有ベクトル)、C.I., C.R. (C.I. と同様、一貫性を測る尺度) のそれぞれを

html 形式で適宜レイアウトして表示するとともに、これらの値を CSV (カンマ区切り) 形式で整形したものも添付した (図 4)。これは、表計算ソフトなどへの計算結果の流用を容易にすることを目的とした措置である。

以上が本システムの構成である。

今回はサーバとして使用したマシンが普段日常業務に使用しているものであるため、速度の面での考察をまったく行っていない。今後、サーバ専用のマシンが導入されれば、この点での評価、考察、改良を行なう必要があるであろう。

4 結び

今回構築したシステムでは AHP の要である一対比較と重要度計算が手軽に行なえるのがその最大の特長となった。AHP ユーザーに対しこのシステムは大きな意思決定支援を供するであろう。ただしこのシステムが関与しているのは AHP のうちの A すなわち Analytic のそれも一部分でしかない。AHP にはその他にも Hierarchy にあたる階層構造の作成と積み上げ計算や Process にあたる繰り返しの適用といった要素が含まれている [8]。したがって今後の課題としてはこれらの要素をすべて統合したまさに AHP システムの構築をしなければならないである。

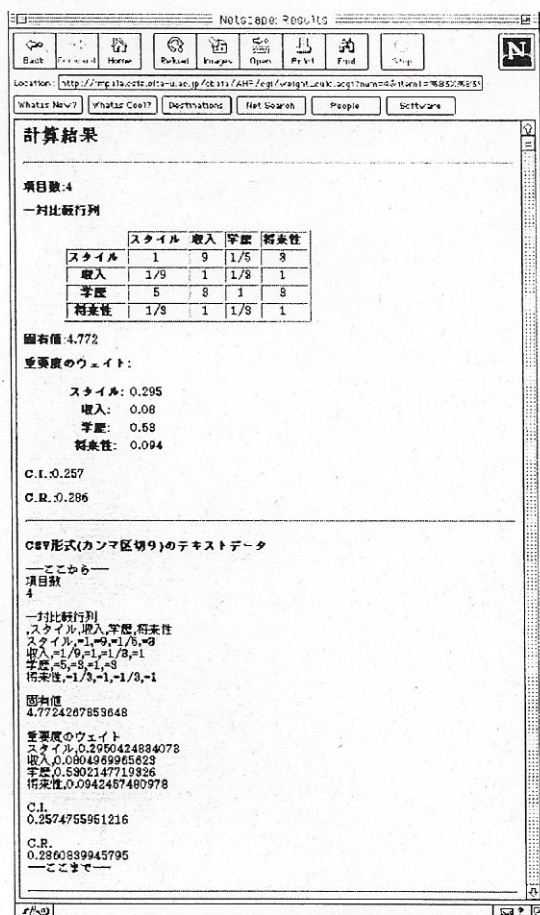


図 4: 計算結果

う。ただ「ねまわしくん」等の既製の AHP 統合ソフトウェアを実際に使って見た際に感じた事は、ちょっとしたことをするのに AHP のすべての手続きを踏んで多くの入力作業をしなければならず、その作業は少なからずわずらわしく思われた。実はこのことは今回のシステム構築の動機のひとつでもあった。とにかく「手軽に AHP」というのがわれわれの大きなねらいである。したがってもし AHP 統合システムを構築することによって既製ソフトウェアで感じられたような繁雑さがでてくるとしたら別の方策をとらねばならないと思っている。AHP の階層構造から必然的に重要度の積み上げ計算をしなければならないのだが、これには表計算ソフトを用いるのが適している。表計算ソフトでただちに使える形でデータの受け渡しをすることによってわれわれのシステムと表計算ソフトを用いることの双方の利点が生かせるのではないかと思う。今回 CSV 形式のデータも併せて添付したのは、こうした意図があったからである。これらの点を課題としつつ、今後フレキシビリティの高いシステムの完成をめざしたい。

謝辞: CGI による WWW の有効性について示唆して下さり、CGI プログラム作成についても多くの貴重な助言を頂いた富山大学、醍醐元正先生に感謝いたします。また AHP の表計算シートに関する貴重な資料を頂いた専修大学、高萩栄一郎先生にも感謝いたします。

付記 1: この重要度計算システムは

<http://impala.csis.oita-u.ac.jp/obata/AHP/AHP.html> で公開している。また著者達の電子メールアドレスは、

小畑経史: obata@csis.oita-u.ac.jp,

白石俊輔: shira@eco.toyama-u.ac.jp

である。

付記 2: この研究は一部平成 8 年度文部省科学研究費基盤研究 (C)08680456 によるものである。

参考文献

- [1] Cyber Barbarians 編, Macintosh インターネットサーバー構築術, オーム社, 1995.
- [2] 醍醐元正, インターネットによる通信販売の現状と課題, 富大経済論集第 41 巻第 3 号, (1996), 231-246.

- [3] 醍醐元正, WWW による「環日本海経済交流に関する文献目録」の公開, 富大経済論集第 42 巻第 2 号, (1996), 61-70.
- [4] Golden, B.L., Wasil, E..A. and Harker, P.T. (Eds.) The Analytic Hierarchy Process, Springer Verlag, 1989.
- [5] 権藤元, 宇佐川雄士, ロータス 1-2-3 による AHP シート, オペレーションズ・リサーチ第 34 巻第 4 号, (1989), 164-168.
- [6] 一松信, 数値解析, 朝倉書店, 1982.
- [7] 今野浩, 数理決定法入門, 朝倉書店, 1992.
- [8] 真鍋龍太郎, AHP 利用上のヒント, オペレーションズ・リサーチ第 34 巻第 4 号, (1989), 173-177.
- [9] 中島信之, AHP における一対比較行列の整合性の考察, 富大経済論集第 37 巻第 2 号, (1991), 123-138.
- [10] Saaty, T.L. The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1981.
- [11] 高萩栄一郎, 表計算による AHP, 専修大学, 未公刊.
- [12] 田中求之, あなたの Mac で Web サーバーを, Macintosh Developer's Journal, No. 23, (1997), 50-55.
- [13] 田中求之, <http://mtlab.ecn.fpu.ac.jp/MakeServer.html>
- [14] 刀根薫, ゲーム感覚意思決定法, 日科技連, 1986.
- [15] <http://www.miyazaki-med.ac.jp/MacInterNetServer.html>
- [16] <http://prion2.eco.toyama-u.ac.jp/retrieve.htm>